

# Læreplan i matematikk for realfag - programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering

Fastsatt som forskrift av Utdanningsdirektoratet 27. mars 2006 etter delegasjon i brev 26. september 2005 fra Utdannings- og forskningsdepartementet med hjemmel i lov av 17. juli 1998 nr. 61 om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova) § 3-4 første ledd.

Gjelder fra 01.08.2006

Gjelder til 31.07.2022



Utdannings-

## Formål

Matematikk er et fag som på en sentral måte preger vår moderne sivilisasjon, både som redskap til å forstå og fungere i samfunnet og som bærer av en tradisjon med røtter i mange av verdens gamle kulturer. Matematikk brukes til å utforske universet, systematisere erfaringer og beskrive og forstå naturgitte og samfunnsmessige sammenhenger. Menneskets glede over arbeidet med faget i seg selv har vært en inspirasjonskilde til utvikling av matematikken.

Et viktig formål med programfaget er å skaffe den matematiske kompetansen som er nødvendig for å opprettholde og utvikle et høyteknologisk samfunn. Programfagets egenart skal bidra til forståelse av matematikkens betydning i vår kultur og til utvikling av argumenterende, analyserende og utforskende ferdigheter. Programfaget har derfor både et nytteperspektiv og et dannelsesperspektiv i sitt formål.

Programfaget matematikk for realfag gir fordypning i matematikk for videre studier og arbeid innen naturvitenskap, medisin, teknologi, datafag, økonomi og utdanningssektoren. Gjennom trening av regneferdigheter, både med og uten digitale hjelpemidler, utvikles et grunnlag og en nødvendig kompetanse for videre arbeid med matematikk.

Arbeid med programfaget skal gi en innføring i logisk og analytisk tankegang med vekt på matematisk argumentasjon og framstillingsform, samtidig som elevene gjennom anvendelse får trening i sentrale metoder.

## Struktur

Matematikk for realfag består av to programfag: matematikk R1 og matematikk R2.

Matematikk R2 bygger på matematikk R1, som igjen bygger på matematikk Vg1 T.

Programfaget er strukturert i hovedområder som det er formulert kompetansemål for. Hovedområdene utfyller hverandre og må ses i sammenheng.

### Oversikt over hovedområdene:

Programfag	Hovedområder			
Matematikk R1	Geometri	Algebra	Funksjoner	Kombinatorikk og sannsynlighet
Matematikk R2	Geometri	Algebra	Funksjoner	Differensial-likninger

## Hovedområder

### Matematikk R1

#### Geometri

Hovedområdet handler om måling, regning og analyse av figurer i planet. Sentralt i hovedområdet er to tilnærmingmåter til geometri, som utfyller hverandre. Den ene dreier seg om bruk av geometriske steder, kongruens og formlikhet til å løse problemer med rene geometriske argumenter. Konstruksjoner med passer og linjal bygger på disse begrepene. Den andre dreier seg om bruk av vektorer og koordinater til å overføre geometriske problemer til algebra. Videre handler hovedområdet om utvikling av formelle logiske argumenter og bevis i en geometrisk sammenheng.

#### Algebra

Hovedområdet handler om det grunnleggende symbolspråket i matematikk. Regning, manipulasjon og argumentasjon med symboluttrykk er derfor helt sentralt i hovedområdet. Argumentasjon dreier seg om bruk av ulike bevistyper og logiske relasjoner. I tillegg omfatter hovedområdet sentrale begreper som polynomer, polynomdivisjon og rasjonale uttrykk, logaritmeuttrykk og eksponentialuttrykk.

### **Funksjoner**

Hovedområdet handler om analyse av hvordan en størrelse varierer avhengig av en annen. Det dreier seg om sammenhenger mellom størrelser fra algebra, geometri eller praktiske områder, som analyseres med funksjoner og grafer. Videre handler hovedområdet om sammenhengen mellom en funksjon og dens deriverte. Det omfatter polynomfunksjoner, potensfunksjoner, rasjonale funksjoner, logaritmefunksjoner og eksponentialfunksjoner og sammensetninger av dem. Sentrale begreper i hovedområdet er grense, kontinuitet og derivasjon.

### **Kombinatorikk og sannsynlighet**

Hovedområdet handler om systematiske opptellingsmetoder som danner grunnlag for sannsynlighetsregning. Videre dreier det seg om de grunnleggende begrepene uavhengighet og betinget sannsynlighet og om ordnede og ikke-ordnede utvalg.

### **Matematikk R2**

#### **Geometri**

Hovedområdet handler om måling, regning og analyse av figurer i rommet. Videre dreier det seg om koordinater, likninger og vektorer som brukes til å bestemme figurer og beregne lengder, vinkler, areal og volum. I tillegg inngår tredimensjonale vektorer, skalar- og vektorprodukt og parameterframstilling.

#### **Algebra**

Hovedområdet handler om å analysere og regne på tallmønstre og på endelige og uendelige summer av tall. Grunnleggende teknikker i hovedområdet er rekursjon og induksjon. Videre dreier det seg om rekker, konvergens og induksjonsbevis.

### **Funksjoner**

Hovedområdet handler om bruk av periodiske funksjoner til å modellere periodiske fenomener. Videre dreier det seg om derivasjon og integrasjon av sentrale funksjoner i modellering og beregninger. Sentrale funksjoner som inngår i hovedområdet, er polynomfunksjoner, potensfunksjoner, rasjonale funksjoner, logaritmefunksjoner, eksponentialfunksjoner, periodiske funksjoner og sammensetninger av dem.

### **Differensiallikninger**

Hovedområdet handler om bruk av matematikk til å analysere og regne på dynamiske fenomener. I dette hovedområdet inngår standardmetoder for lineære og separable differensiallikninger som anvendes på praktiske problemer. I tillegg dreier det seg om sentrale begreper som initialbetingelser, retningsdiagrammer og integralkurver.

## **Timetall**

Timetallet er oppgitt i 60 minutters enheter.

Matematikk R1: 140 årstimer Matematikk R2: 140 årstimer

## Grunnleggende ferdigheter

Grunnleggende ferdigheter er integrert i kompetansemålene der de bidrar til utvikling av og er en del av fagkompetansen. I matematikk for realfag forstås grunnleggende ferdigheter slik:

*Å kunne uttrykke seg muntlig og skriftlig* i matematikk for realfag innebærer å formulere logiske resonnementer, forklare en tankegang og sette ord på oppdagelser, ideer og hypoteser. Det vil si å stille spørsmål, delta i samtaler og drøftinger av matematiske situasjoner og problemer og argumentere for egne løsningsforslag. Å formulere et matematisk bevis skriftlig med bruk av korrekt matematisk notasjon og logisk gyldige slutninger inngår. I tillegg betyr det å skrive matematiske symboluttrykk og sette opp eller tegne tabeller, diagrammer, grafer og geometriske figurer.

*Å kunne lese* i matematikk for realfag innebærer å trekke matematisk relevant informasjon ut av en tekst. Det betyr å forstå matematiske symboluttrykk og logiske resonnementer. Det vil også si å forstå og tolke organisert visuell informasjon, som tabeller, diagrammer, grafer og geometriske figurer.

*Å kunne regne* i matematikk for realfag er den mest grunnleggende ferdigheten i matematikk. Det innebærer fortrolighet med valg av operasjon og fortrolighet med de ulike regneoperasjonene uten bruk av digitale verktøy. Å regne betyr å lære nye operasjoner, som derivasjon og integrasjon. Det vil også si å gjøre hensiktsmessige overslag og vurdere rimeligheten av svar.

*Å kunne bruke digitale verktøy* i matematikk for realfag innebærer å bruke digitale verktøy til omfattende beregninger og visualisering. Det betyr å hente, bearbeide og presentere matematisk informasjon i elektronisk form. I tillegg vil det si å vurdere verktøyets hensiktsmessighet, muligheter og begrensninger.

## Kompetansemål

### Matematikk R1

#### Geometri

*Mål for opplæringen er at eleven skal kunne*

- bruke linjer og sirkler som geometriske steder sammen med formlikhet og setningen om periferivinkler i geometriske resonnementer og beregninger
- utføre og analysere konstruksjoner definert av rette linjer, trekanter og sirkler i planet, med og uten bruk av dynamisk programvare
- utlede og bruke skjæringssetningene for høydene, halveringslinjene, midtnormalene og medianene i en trekant
- gjøre rede for forskjellige bevis for Pytagoras' setning, både matematisk og kulturhistorisk
- regne med vektorer i planet, både geometrisk som piler og analytisk på koordinatform
- beregne og analysere lengder og vinkler til å avgjøre parallelitet og ortogonalitet ved å kombinere regneregler for vektorer

#### Algebra

*Mål for opplæringen er at eleven skal kunne*

- faktorisere polynomer ved hjelp av nullpunkter og polynomdivisjon, og bruke dette til å løse likninger og ulikheter med polynomer og rasjonale uttrykk
- omforme og forenkle sammensatte rasjonale funksjoner og andre symbolske uttrykk med og uten bruk av digitale hjelpemidler

- utlede de grunnleggende regnereglerne for logaritmer, og bruke dem og potensreglene til å forenkle uttrykk og løse likninger og ulikheter
- gjøre rede for implikasjon og ekvivalens, og gjennomføre direkte og kontrapositive bevis

## Funksjoner

*Mål for opplæringen er at eleven skal kunne*

- gjøre rede for begrepene grenseverdi, kontinuitet og deriverbarhet, og gi eksempler på funksjoner som ikke er kontinuerlige eller deriverbare
- bruke formler for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritmefunksjoner, og derivere summer, differanser, produkter, kvotienter og sammensetninger av disse funksjonene
- bruke førstederiverte og andredederiverte til å drøfte forløpet til funksjoner og tolke de deriverte i modeller av praktiske situasjoner
- tegne grafer til funksjoner med og uten digitale hjelpemidler, og tolke grunnleggende egenskaper til en funksjon ved hjelp av grafen
- finne likningen for horisontale og vertikale asymptoter til rasjonale funksjoner og tegne asymptotene
- bruke vektorfunksjoner med parameterframstilling for en kurve i planet, tegne kurven og derivere vektorfunksjonen for å finne fart og akselerasjon

## Kombinatorikk og sannsynlighet

*Mål for opplæringen er at eleven skal kunne*

- gjøre rede for begrepene uavhengighet og betinget sannsynlighet, og utlede og anvende Bayes' setning på to hendelser
- drøfte kombinatoriske problemer knyttet til ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging, og bruke dette til å utlede regler for beregning av sannsynlighet

## Matematikk R2

### Geometri

*Mål for opplæringen er at eleven skal kunne*

- utføre beregninger med tredimensjonale vektorer som er representert både geometrisk og på koordinatform
- bruke og tolke skalar- og vektorproduktet i beregning av avstander, vinkler, areal og volum
- bruke vektorregning til å finne liknings- og parameterframstillinger til linjer, plan og kuleflater
- beregne lengder, vinkler og arealer i legemer avgrenset av plan og kuleflater

### Algebra

*Mål for opplæringen er at eleven skal kunne*

- finne og analysere rekursive og eksplisitte formler for tallmønstre med og uten digitale hjelpemidler, og gjennomføre og presentere enkle bevis knyttet til disse formlene
- gjennomføre og gjøre rede for induksjonsbevis
- summere endelige rekker med og uten digitale hjelpemidler, utlede og bruke formlene for summen av de  $n$  første leddene i aritmetiske og geometriske rekker, og bruke dette til å løse praktiske problemer
- regne med uendelige geometriske rekker med konstante og variable kvotienter, bestemme konvergensområdet for disse rekkene og presentere resultatene

## Funksjoner

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- forenkle og løse lineære og kvadratiske likninger i trigonometriske uttrykk ved å bruke sammenhenger mellom de trigonometriske funksjonene
- derivere sentrale funksjoner og bruke førstederiverte og andrederiverte til å drøfte slike funksjoner
- omforme trigonometriske uttrykk av typen  $a \sin kx + b \cos kx$ , og bruke dem til å modellere periodiske fenomener
- gjøre rede for definisjonen av bestemt integral som grense for en sum og ubestemt integral som antiderivert
- beregne integraler av de sentrale funksjonene ved antiderivasjon og ved hjelp av variabelskifte, ved delbrøkkspalting med lineære nevner og ved delvis integrasjon
- tolke det bestemte integralet i modeller av praktiske situasjoner og bruke det til å beregne arealer av plane områder og volumer av omdreiningslegemer
- formulere en matematisk modell ved hjelp av sentrale funksjoner på grunnlag av observerte data, bearbeide modellen og drøfte resultat og framgangsmåte

## Differensiallikninger

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- modellere praktiske situasjoner ved å omforme problemstillingen til en differensiallikning, løse den og tolke resultatet
- løse lineære første ordens og separable differensiallikninger ved regning og gjøre rede for noen viktige bruksområder
- løse andre ordens homogene differensiallikninger og bruke Newtons andre lov til å beskrive frie svingninger ved periodiske funksjoner
- løse differensiallikninger og tegne retningsdiagrammer og integralkurver, og tolke dem ved å bruke digitale hjelpemidler

## Vurdering

### Bestemmelser for sluttvurdering:

#### Standpunktvurdering

Programfag	Ordning
Matematikk R1	Elevene skal ha standpunktkarakter.
Matematikk R2	Elevene skal ha standpunktkarakter.

#### Eksamen for elever

Programfag	Ordning
Matematikk R1	Elevene kan trekkes ut til skriftlig eller muntlig eksamen. Skriftlig eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt. Muntlig eksamen blir utarbeidet og sensurert lokalt.
Matematikk R2	Elevene kan trekkes ut til skriftlig eller muntlig eksamen. Skriftlig eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt. Muntlig eksamen blir utarbeidet og sensurert lokalt.

#### Eksamen for privatister

Programfag	Ordning
Matematikk R1	Privatistene skal opp til skriftlig eksamen. Eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt.
Matematikk R2	Privatistene skal opp til skriftlig eksamen. Eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt.

De generelle bestemmelsene om vurdering er fastsatt i forskrift til opplæringsloven.