# Læreplan i matematikk for realfag (matematikk R)

Fastsatt som forskrift av Utdanningsdirektoratet 26. mai 2020 etter delegasjon i brev av 13. september 2013 fra Kunnskapsdepartementet med hjemmel i lov 17. juli 1998 nr. 61 om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova) § 3-4 første ledd.

Gjelder fra 01.08.2021

# Om faget

## Fagenes relevans og sentrale verdier

Matematikk R handler om å forstå moderne anvendelser av matematikk i realfaglige og samfunnsfaglige sammenhenger. Faget gir elevene mulighet til å utvikle et presist språk for kritisk tenkning, evne til problemløsing og matematisk forståelse. Matematikk R handler om å tilegne seg og forstå matematiske verktøy og om å anvende verktøyene i utforsking og analyse av problemstillinger knyttet til realfag og samfunn. Kompetanse om teoretiske og praktiske anvendelser av matematikk forbereder elevene til videre arbeid og utdanning som stiller krav om matematisk forståelse.

Alle fag skal bidra til å realisere verdigrunnlaget for opplæringen. Matematikk R skal bidra til at elevene utvikler kompetanse som setter dem i stand til å gjøre egne valg og ta stilling til spørsmål som har betydning i samfunnet og i sitt eget liv. Kritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnementer. Matematikk R kan bidra til at elevene ser verdien av å sette seg inn i og forstå andres resonnementer. Faget gir rom for kreativitet og skapertrang ved at elevene får tid til å tenke, reflektere og resonnere matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant. Problemløsingsstrategier spiller en vesentlig rolle når man skal løse matematiske problemer, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på egen læring.

## Kjerneelementer

### Utforsking og problemløsing

Utforsking i matematikk R handler om å lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg fram til en felles forståelse. Utforsking handler om å legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Algoritmisk tenking er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblemer som kan løses systematisk. Videre innebærer det å vurdere om delproblemene best kan løses med eller uten digitale verktøy. Problemløsing i matematikk R handler om å utvikle en metode for å løse et ukjent problem. Det handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om og når løsningene er gyldige.

### Modellering og anvendelser

En modell i matematikk R er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Kjerneelementet handler om hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive natur og samfunn. Modellering i matematikk R er å lage slike modeller. Det handler også om å vurdere gyldigheten av og begrensingene til modellene, å vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og å vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk R handler om kunnskap om hvordan matematikk anvendes i ulike situasjoner, både i og utenfor faget.

### Resonnering og argumentasjon

Resonnering i matematikk R handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer å forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Videre handler det om å utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk R handler om å begrunne og bevise gyldigheten til framgangsmåter, resonnementer og løsninger.

### Representasjon og kommunikasjon

Representasjoner i matematikk R er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Det handler også om å forklare og begrunne valg av representasjonsform. Videre handler det om å oversette mellom matematiske representasjoner og språket i andre kontekster og om å veksle mellom ulike representasjoner. Kommunikasjon i matematikk R handler om å bruke matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer.

### Abstraksjon og generalisering

Abstraksjon i matematikk R handler om et formelt symbolspråk og formelle resonnementer. Generalisering i matematikk R handler om å oppdage sammenhenger og strukturer og om å ikke bli presentert for en ferdig løsning. Videre handler det om å utforske begreper og symboler for å uttrykke resultater og sammenhenger ved å bruke algebra og hensiktsmessige representasjoner.

### Matematiske kunnskapsområder

De matematiske kunnskapsområdene danner kunnskapsgrunnlaget som elevene trenger for å utvikle matematisk forståelse gjennom å utforske sammenhenger innenfor og mellom kunnskapsområdene. Kunnskapsområdene i matematikk R er knyttet til matematisk teori og reelle anvendelser.

## Grunnleggende ferdigheter

### Muntlige ferdigheter

Muntlige ferdigheter i matematikk R innebærer å skape mening gjennom å samtale i og om matematikk. Det vil si å være med i samtaler, å kommunisere ideer og å drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre. Det handler også om å beskrive og diskutere abstrakte matematiske begreper.

### Å kunne skrive

Å kunne skrive i matematikk R innebærer å beskrive og forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer ved hjelp av hensiktsmessige representasjoner. Å kunne skrive i matematikk R er et redskap i egen læring og for å utvikle egne tanker.

### Å kunne lese

Å kunne lese i matematikk R innebærer å skape mening i matematiske og samfunnsfaglige tekster. Å kunne lese i matematikk R innebærer å sortere informasjon, å analysere og vurdere form og innhold og å sammenfatte informasjon fra sammensatte tekster. Det innebærer også å finne og bruke informasjon i komplekse tekster med avansert symbolspråk og begrepsbruk.

### Å kunne regne

Å kunne regne i matematikk R betyr å bruke symbolspråk og matematiske begreper og framgangsmåter til å gjøre utregninger og vurdere om løsninger er gyldige. Dette innebærer å gjenkjenne problemer som kan løses med matematikk, og formulere spørsmål om disse. Det innebærer også å analysere og løse ulike komplekse problemer med effektive og hensiktsmessige strategier, begreper, symboler og metoder.

### Digitale ferdigheter

Digitale ferdigheter i matematikk R innebærer å bruke digitale verktøy til å utforske, formulere og løse matematiske problemer. Videre vil det si å finne, analysere, behandle og presentere informasjon med digitale verktøy.

# Kompetansemål og vurdering

## Kompetansemål og vurdering matematikk R1

### Kompetansemål etter matematikk R1

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

* planlegge og gjennomføre et selvstendig arbeid med reelle datasett knyttet til naturvitenskapelige temaer og forhold, og analysere og presentere funn
* forstå begrepene vekstfart, grenseverdi, derivasjon og kontinuitet, og bruke disse for å løse praktiske problemer
* bruke ulike strategier for å utforske og bestemme grenseverdier til funksjoner, og utforske og argumentere for anvendelser av grenseverdier
* bestemme den deriverte i et punkt geometrisk, algebraisk og ved numeriske metoder, og gi eksempler på funksjoner som ikke er deriverbare i gitte punkter
* analysere og tolke ulike funksjoner ved å bruke derivasjon
* anvende derivasjon til å analysere og tolke egne matematiske modeller av reelle datasett
* utforske og forstå regneregler for potenser og logaritmer, og bruke ulike strategier for å løse eksponentialligninger og logaritmeligninger
* modellere og analysere eksponentiell og logistisk vekst i reelle datasett
* gjøre rede for og argumentere for om en funksjon er kontinuerlig eller diskontinuerlig i et punkt i et definisjonsområde, og gi eksempler på anvendelser av diskontinuerlige funksjoner
* utforske, analysere og derivere ulike funksjoner og deres omvendte funksjoner, og gjøre rede for egenskaper til og sammenhenger mellom slike funksjoner
* anvende parameterframstillinger til linjer og bruke parameterframstillinger til å løse naturvitenskapelige problemer
* forstå begrepet vektor og regneregler for vektorer i planet, og bruke vektorer til å beregne ulike størrelser i planet

### Underveisvurdering

Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i matematikk R1. Elevene viser og utvikler kompetanse i faget når de bruker matematiske begreper i kommunikasjon, og når de finner, forstår og generaliserer matematiske sammenhenger og formidler disse. Elevene viser og utvikler også kompetanse når de jobber utforskende og problemløsende med modellering ved å gjennomføre og presentere eget arbeid i faget. Videre viser og utvikler elevene kompetanse ved å utforske fagbegreper og ved å resonnere og argumentere for gyldigheten av matematiske utsagn.

Læreren skal legge til rette for elevmedvirkning og stimulere til lærelyst ved at elevene får utforske matematikk og løse matematiske problemer gjennom å resonnere, argumentere og modellere. Læreren skal være i dialog med elevene om utviklingen deres når det gjelder å kommunisere egne tanker i matematikk ved bruk av fagbegreper, og om utviklingen deres i utforskende arbeid. Elevene skal få mulighet til å prøve og feile. Med utgangspunkt i kompetansen elevene viser, skal de få mulighet til å sette ord på hva de opplever at de får til, og reflektere over egen faglig utvikling. Læreren skal gi veiledning om videre læring slik at elevene kan bruke veiledningen for å se sammenhenger mellom teoretisk matematikk og praktiske anvendelser.

### Standpunktvurdering

Standpunktkarakteren skal være uttrykk for den samlede kompetansen eleven har ved avslutningen av opplæringen etter matematikk R1. Læreren skal planlegge og legge til rette for at eleven får vist kompetansen sin på varierte måter som inkluderer forståelse, refleksjon og kritisk tenkning, i ulike sammenhenger. Læreren skal sette karakter i matematikk R1 basert på kompetansen eleven har vist, både skriftlig, muntlig og digitalt, ved å bruke matematiske uttrykksformer og fagbegreper, bruke ulike problemløsingsstrategier og argumentere for og kritisk vurdere egne og andres løsninger og modeller.

## Kompetansemål og vurdering matematikk R2

### Kompetansemål etter matematikk R2

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

* utforske egenskaper ved ulike rekker og gjøre rede for praktiske anvendelser av egenskaper ved rekker
* utforske rekursive sammenhenger ved å bruke programmering og presentere egne framgangsmåter
* gjøre rede for integral som en grenseverdi av en følge av summer, og tolke betydningen av denne grenseverdien i ulike situasjoner
* gjøre rede for analysens fundamentalteorem og gjøre rede for konsekvenser av teoremet
* utvikle algoritmer for å beregne integraler numerisk, og bruke programmering til å utføre algoritmene
* gi eksempler på ulike situasjoner som kan modelleres ved å bruke ulike matematiske funksjoner, og modellere og analysere slike situasjoner ved å bruke reelle datasett
* anvende derivasjon og integrasjon til å analysere og tolke egne matematiske modeller av reelle datasett
* analysere og tolke ulike funksjoner ved å bruke derivasjon og integrasjon, og anvende integrasjon til å beregne ulike mål av omdreiningslegemer
* anvende parameterframstillinger til kurver og bruke parameterframstillinger til å løse naturvitenskapelige problemer inkludert problemer knyttet til fart og akselerasjon
* utforske og forstå regneregler for vektorer i rommet, og bruke vektorer til å beregne ulike størrelser i rommet
* utforske egenskaper ved radianer og trigonometriske funksjoner og identiteter og anvende disse egenskapene til å løse praktiske problemer
* analysere og forstå matematiske bevis, forklare de bærende ideene i et matematisk bevis og utvikle egne bevis

### Underveisvurdering

Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i matematikk R2. Elevene viser og utvikler kompetanse i faget når de bruker matematiske begreper i kommunikasjon, og når de finner, forstår og generaliserer matematiske sammenhenger og formaliserer disse. Elevene viser og utvikler også kompetanse når de jobber utforskende og problemløsende med reelle datasett ved å planlegge, gjennomføre og presentere eget arbeid i faget. Videre viser og utvikler elevene kompetanse ved å utforske fagbegreper og ved å resonnere og argumentere for gyldigheten av matematiske utsagn og formalisere disse.

Læreren skal legge til rette for elevmedvirkning og stimulere til lærelyst ved at elevene får utforske matematikk og løse matematiske problemer gjennom å resonnere, argumentere og modellere. Læreren skal være i dialog med elevene om utviklingen deres når det gjelder å kommunisere egne tanker og resonnementer i matematikk ved bruk av fagbegreper, og om utviklingen deres i selvstendig og utforskende arbeid. Elevene skal få mulighet til å prøve og feile. Med utgangspunkt i kompetansen elevene viser, skal de få mulighet til å sette ord på hva de opplever at de får til, og reflektere over egen faglig utvikling. Læreren skal gi veiledning om videre læring slik at elevene kan bruke veiledningen for å se sammenhenger mellom teoretisk matematikk og praktiske anvendelser.

### Standpunktvurdering

Standpunktkarakteren skal være uttrykk for den samlede kompetansen eleven har ved avslutningen av opplæringen etter matematikk R2. Læreren skal planlegge og legge til rette for at eleven får vist kompetansen sin på varierte måter som inkluderer forståelse, refleksjon og kritisk tenkning, i ulike sammenhenger. Læreren skal sette karakter i matematikk R2 basert på kompetansen eleven har vist, både skriftlig, muntlig og digitalt, ved å bruke matematiske uttrykksformer og fagbegreper i kommunikasjon av matematikk, bruke ulike problemløsingsstrategier og argumentere for og kritisk vurdere egne og andres løsninger og modeller.

# Vurderingsordning

## Standpunktvurdering

Matematikk R1: Eleven skal ha én standpunktkarakter.

Matematikk R2: Eleven skal ha én standpunktkarakter.

## Eksamen for elever

Matematikk R1: Eleven kan trekkes ut til skriftlig eksamen eller muntlig eksamen. Skriftlig eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt. Skriftlig eksamen skal ikke ha forberedelsesdel. Muntlig eksamen blir utarbeidet og sensurert lokalt. Muntlig eksamen skal ha forberedelsesdel.

Matematikk R2: Eleven kan trekkes ut til skriftlig eksamen eller muntlig eksamen. Skriftlig eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt. Skriftlig eksamen skal ikke ha forberedelsesdel. Muntlig eksamen blir utarbeidet og sensurert lokalt. Muntlig eksamen skal ha forberedelsesdel.

## Eksamen for privatister

Matematikk R1: Privatisten skal opp til skriftlig eksamen. Eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt. Eksamen skal ikke ha forberedelsesdel.

Matematikk R2: Privatisten skal opp til skriftlig eksamen. Eksamen blir utarbeidet og sensurert sentralt. Eksamen skal ikke ha forberedelsesdel.